ANALES
DEL INSTITUTO DE INGENIEROS DE CHILE

Sucesor

De la: «SOCIEDAD DE INGENIERIA» Fundada el 31 de Mayo de 1888

Y del: «INSTITUTO DE INGENIEROS» Fundado el 28 de Octubre de 1888

Con Personalidad Jurídica desde el 28 de Diciembre de 1900

Adherido a la USAI y a la CONFERENCIA MUNDIAL DE LA ENERGIA

AÑO LXII ● MARZO — ABRIL DE 1949 ● N.os 3 - 4

Comisión Editora: Raúl Sáez S. (Pdte.), Carlos Ponce de León, Arturo Quintana y Carlos Concha

Ing. José H. Muñoz Vadillo

Desvalorización Monetaria y Previsión Social

> El dinero no es en sí mismo más que una cosa absolutamente vana, no teniendo otro valor que el que le da la ley, no la naturaleza, puesto que una modificación en las convenciones que tienen lugar entre los que se sirven de él, puede disminuir completamente su estimación y hacerle del todo incapaz para satisfacer ninguna de nuestras necesidades.»
>
> ARISTÓTELES, *La Política*, Cap. III.

La continua depreciación monetaria observada en nuestro país, desde hace ya muchos años, a la cual ha corrido aparejada una constante alza de precios y salarios, nos ha hecho pensar sobre las consecuencias que pueden producirse en los sistemas de Previsión Social si, como es atinado suponer, la inflación y por lo tanto las alzas de sueldos siguieran un ritmo cada vez más intenso.

En el gráfico mostrado en la Figura 1 se han anotado, a partir del año 1900, los valores del cambio en «peniques por peso» y los valores inversos de los «precios al por mayor y costo de la vida», que vienen a constituir precisamente el «valor adquisitivo de la moneda».

Las curvas indicadas confirman plenamente la tendencia a que nos hemos referido. (1)

En general, nuestro actual sistema de Previsión consiste en descontar parte de los sueldos y depositar estas sumas en Cajas de Previsión las que después de un cierto número de años aseguran al imponente determinados beneficios, como ser: jubilación, desahucio, entrega de capitales, adquisición de propiedades, etc.

Analizaremos estos beneficios y la influencia que en ellos ejerce la desvalorización de la moneda.

(1) Una exposición detallada sobre la materia puede encontrarse en los muy interesantes artículos del Ingeniero don Raúl Simón, titulados «Un siglo de depreciación monetaria en Chile» y «Oro, Moneda, Salarios y Precios» publicados en los Anales del Instituto de Ingenieros de Chile en Junio de 1942 y Agosto a Octubre de 1943.

a) Efecto sobre los fondos de retiro.—Para estudiarlo será necesario determinar previamente el desarrollo de los fondos a través del tiempo.

En el cálculo que sigue se determinará, por un procedimiento que creemos original, el monto del Fondo de Retiro que se acumula después de un tiempo determinado.

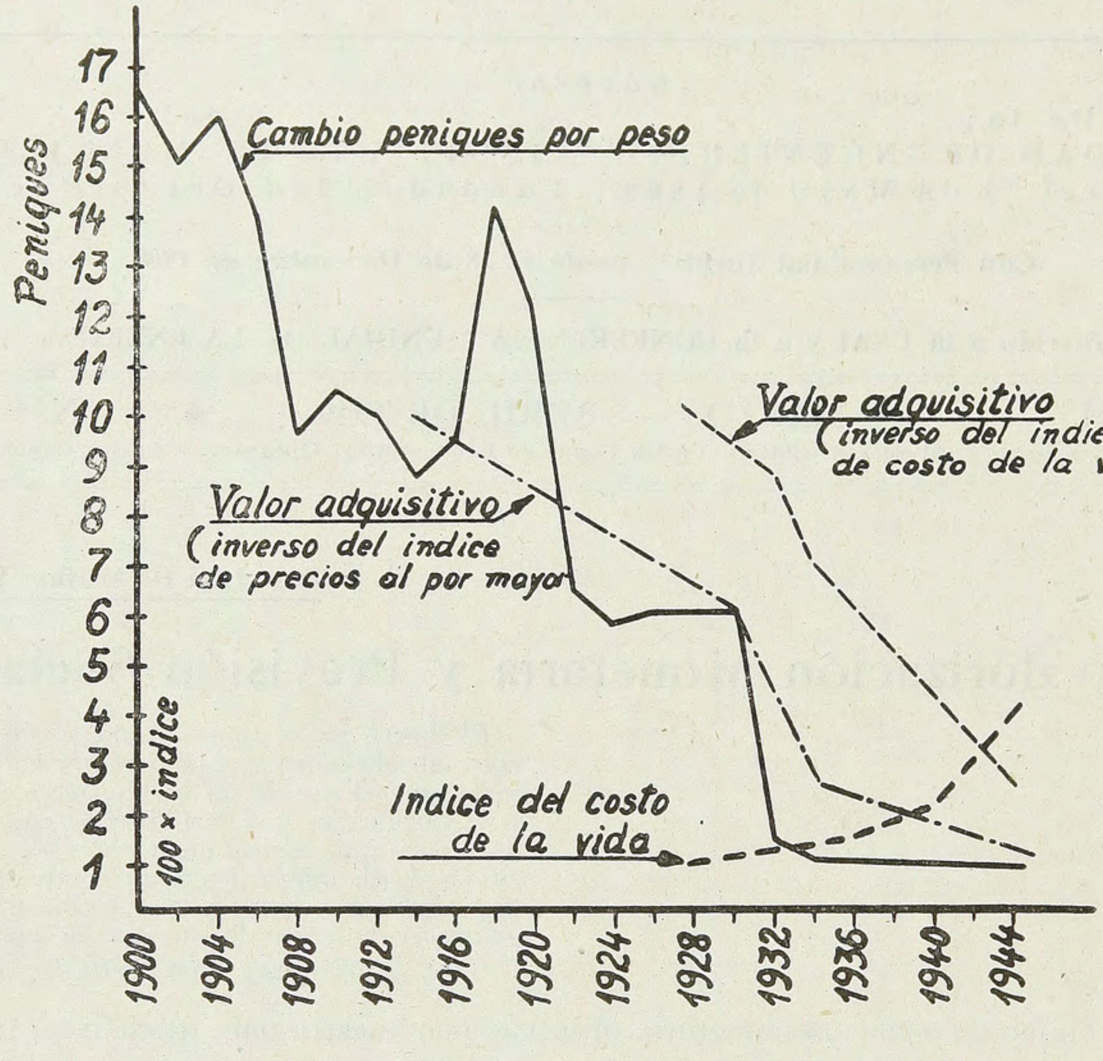


Figura 1

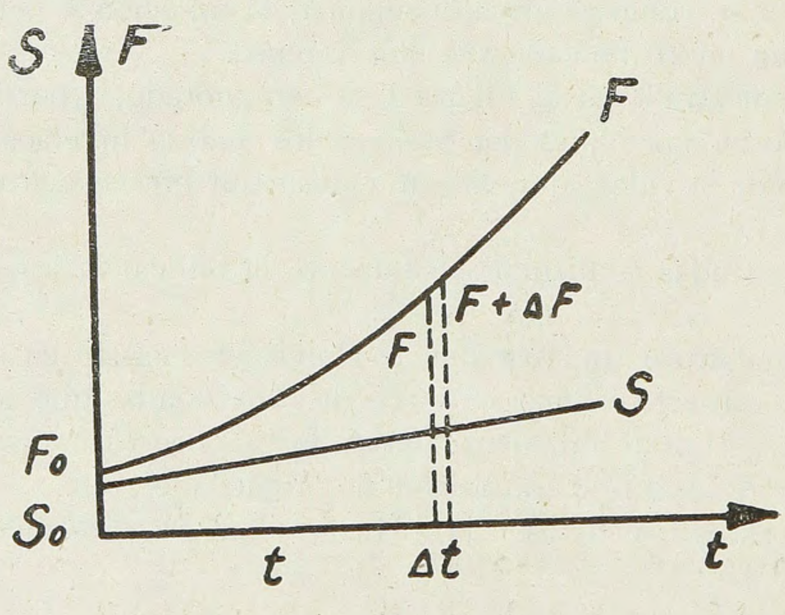


Figura 2

Consideraremos que el sueldo «s» varía proporcionalmente con el tiempo «t», o sea:

$$s = s_o + \beta t$$

Sea F el fondo de retiro acumulado al tiempo t (Fig. 2). Transcurrido un tiempo $\triangle t$ el sueldo crece en $\triangle s$ y el fondo en $\triangle F$.

El crecimiento del fondo se produce por dos motivos:

1.° Los intereses que gana F en $\triangle t$

2.° El descuento de los sueldos pagados en el intervalo $\triangle t$ que se imponen al fondo; entonces se puede escribir:

$$F + \triangle F = F + r . F . \triangle t + . \alpha S . \triangle t$$

en la que «r» es el tanto por uno de interés y «α» la fracción del sueldo que se descuenta.

Pasando al límite se tiene:

$$\frac{dF}{dt} = r F + \alpha s \qquad \text{reemplazando} \qquad s = s_o + \beta \, t$$

$$\frac{dF}{dt} = r F + \alpha (s_o + \beta t)$$ ecuación diferencial de primer orden cuya solución es (método de variación de constantes):

$$F = e^{-\int -r dt} \left[\int \alpha (s_o + \beta t) \, e^{\int -r dt} dt + C_1 \right]$$

$$F = e^{rt} \left[\alpha s_o \int e^{-rt} dt + \alpha \beta \int t e^{-rt} dt + C_1 \right]$$

$$F = e^{rt} \left(- \frac{\alpha s_o}{r} e^{-rt} - \frac{\alpha \beta}{r} t \, e^{-rt} - \frac{\alpha \beta}{r^2} e^{-rt} + C_1 \right)$$

$$F = C_1 e^{rt} - \frac{\alpha s_o}{r} - \frac{\alpha \beta}{r} t - \frac{\alpha \beta}{r^2} \qquad \text{para } t = 0 \quad F = F_o$$

de donde:

$$C_1 = F_o + \frac{\alpha s_o}{r} + \frac{\alpha \beta}{r^2}$$

$$F = \left(F_o + \frac{\alpha s_o}{r} + \frac{\alpha \beta}{r^2} \right) e^{rt} - \left(\frac{\alpha s_o}{r} + \frac{\alpha \beta}{r^2} + \frac{\alpha \beta}{r} t \right) \qquad \text{(I)}$$

Para fijar las ideas y el orden de las magnitudes se han calculado con esta fórmula dos ejemplos. El primero supone un desarrollo que podríamos llamar normal del sueldo, en el que éste crece del simple al doble en un período de 30 años, o sea, correspondería a una carrera media de ascensos, en un régimen de moneda estable. Mientras que el segundo se acercaría a la situación que en término medio se ha presentado en los últimos 20 años, o sea, supone aumentos de sueldos proporcionados a las alzas generales que han sido de por lo menos 20% por año, a las que se agregan además el aumento de 1 a 2 obtenido por ascensos dentro de la carrera.

Ambos ejemplos vienen a representar entonces una misma carrera funcionaria, correspondiendo la diferencia únicamente al distinto valor adquisitivo de la moneda, valor que en el primero hemos supuesto constante y en el segundo decreciente a razón de un 20% por año.

En ambos casos suponemos que el interés abonado por la Caja es de 5%, o sea $r = 0{,}05$ y el porcentaje de descuento del sueldo de 10%, o sea, $\alpha = 0{,}1$.

Ejemplo 1.° $r = 0{,}05 \quad \alpha = 0{,}1 \quad s_o = 12$ (al año)

$$s_{30} = 2\, s_o = 24 \quad \text{de donde} \quad \beta = \frac{24 - 12}{30} = 0{,}4 \quad F_o = 1$$

Con estos valores se tiene, una vez efectuadas las operaciones y reemplazando en la fórmula (I)

$$F = 41\, e^{0{,}05\, t} - 0{,}8\, t - 40$$

a continuación se han tabulado algunos valores:

TABLA 1

t-Años	Fondo F	Sueldo mensual	Relación F : s
5	8,5	1,16	7,3
10	19,8	1,33	14,9
15	36,2	1,50	24,0
20	55,3	1,66	33,0
25	83,2	1,83	45,5
30	119,6	2,00	59,8
35	170,0	2,16	79,0
40	221,0	2,32	95,0

Ejemplo 2.° $r = 0{,}05 \quad \alpha = 0{,}1 \quad s_o = 12$

$$s_{30} = 2\left(\frac{20}{100}\; 30 + 1\right) 12 = 168 \qquad \beta = \frac{168 - 12}{30} = 5{,}2$$

$F_o = 1$. Reemplazando en la fórmula (I) y efectuando las operaciones

$F = 233\, e^{0{,}05t} - 10{,}4\, t - 232$, con la cual se ha formado la siguiente tabla:

TABLA 2

t - Años	Fondo F	Sueldo mensual	Relación F : s
5	14,5	3,2	4,5
10	48	5,3	9,0
15	112	7,5	15,0
20	195	9,7	20,2
25	324	11,8	27,5
30	501	14,0	35,7
35	755	16,1	46,8
40	1078	18,3	59,0

Comparando los fondos F acumulados en total en uno y otro caso se observa que los segundos son más o menos cuatro veces los primeros pero, en cambio, si se los relaciona con el sueldo, o sea, se comparan los valores F : s éstos en el segundo ejemplo son menos de la mitad de los correspondientes al primer ejemplo.

Teniendo presente que del fondo F deberá obtenerse una renta suficiente que reemplace al sueldo, se comprende que sea la relación F:s la que interesa y no el valor absoluto de F, o sea, que el valor relativo F:s corresponde precisamente al valor adquisitivo de F en el año considerado.

Podría pensarse que si las alzas de sueldos, en razón de una vertiginosa inflación, tomaran proporciones muy grandes, los valores acumulados se hicieran cada vez más insignificantes en relación a los grandes sueldos ganados. Sin embargo, no es así según se desprende de la fórmula (I) haciendo tender «β» al infinito.

Previamente formemos F : s.

$$\frac{F}{s} = \frac{F_o + \frac{\alpha s_o}{r} + \frac{\alpha\beta}{r^2}}{s_o + \beta t}\, e^{rt} - \frac{\alpha\left(s_o + \beta t + \frac{\beta}{r}\right)}{r\,(s_o + \beta t)}$$

$$\frac{F}{s} = \frac{\frac{F_o}{\beta} + \frac{\alpha s_o}{r\beta} + \frac{\alpha}{r^2}}{\frac{s_o}{\beta} + t}\, e^{rt} - \frac{\alpha\left(\frac{s_o}{\beta} + t + \frac{1}{r}\right)}{r\left(\frac{s_o}{\beta} + t\right)}$$

si en esta fórmula se hace $\beta = \infty$

$$\frac{F}{s} = \frac{\alpha}{r^2 t}\, e^{rt} - \frac{\alpha}{rt}\left(t + \frac{1}{r}\right) \qquad \text{(II)}$$

Calculando con los mismos datos anteriores

$$\alpha = 0{,}1 \quad r = 0{,}05$$

se llega a las siguientes cifras límites:

TABLA 3

t - Años	Relación F - s
15	12,1
20	17,2
25	24,0
30	32,0
35	41,4
40	52,7

Se observa que estos valores límites son apenas inferiores en un 10% a los calculados en el ejemplo 2, lo que indica la rapidez con que se alcanza este límite.

Resulta alentador comprobar que, aún cuando hemos supuesto una desvalorización total, los valores relativos de los fondos acumulados son siquiera un 50% de los obtenidos en un régimen de moneda estable.

Se deduce de la existencia de este límite que el sistema de previsión, constituído por imposiciones de descuentos del sueldo, resiste satisfactoriamente cualquier inflación, a condición de que los sueldos sigan proporcionalmente el alza general, pues como se ha demostrado siempre será posible asegurar la acumulación de un fondo de magnitud proporcionada al sueldo que se gana. (Ver: P. S. al final.)

b) EFECTO SOBRE LAS JUBILACIONES.—Estudiemos ahora las rentas que podrían obtenerse de los fondos acumulados, tendientes a permitir al empleado dejar su ocupación una vez transcurridos los 30 o más años de servicios.

En un régimen de moneda estable, bastaría asegurar una renta fija por un cierto número de años igual a la «duración de vida probable» correspondiente a la edad en que se produjera el retiro.

Si se considera un proceso inflacionario, la renta fija a corto plazo sería insuficiente por lo cual debería consultarse el caso de que ella fuera sucesivamente reajustada siguiendo el ritmo general del alza, conservando así su valor adquisitivo.

Deduciremos a continuación, por un procedimiento análogo al empleado antes, el monto del capital «C_0» necesario para asegurar durante un cierto tiempo «t_f» el pago de una renta o jubilación «j» creciente con el tiempo.

El capital inicial «C_0» después de un tiempo «t» se encuentra reducido a «C», (Figura 3), transcurrido un tiempo Δt el capital C se convierte en $C + \Delta C$ de modo de verificarse:

$$C + \Delta C = C + r\,C\,\Delta t - j\,\Delta t$$

pues C en el intervalo Δt ha ganado un interés $r\,C\,\Delta t$ y a su vez ha entregado la renta $j\,\Delta t$.

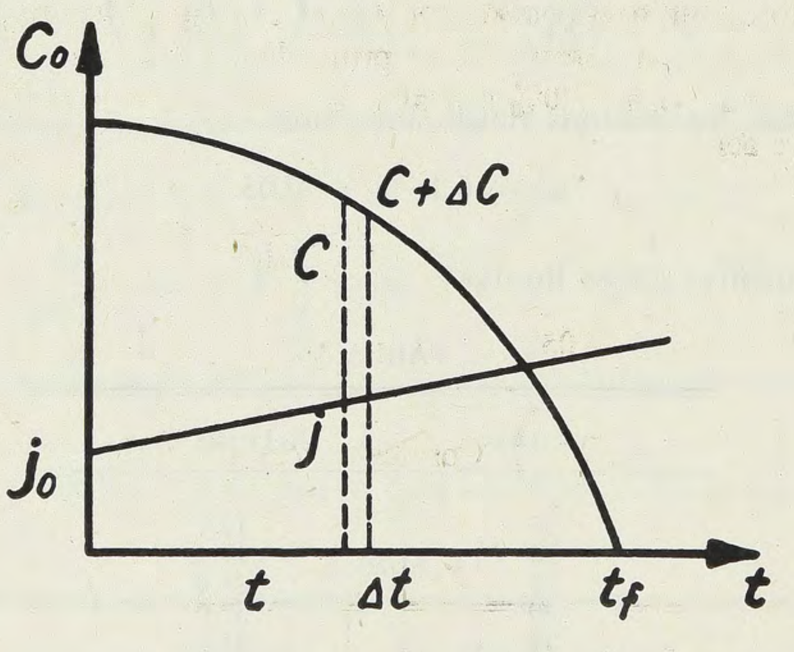


Figura 3

Como en el caso anterior suponemos $j = j_0 + \beta t$, reemplazando y pasando al límite:

$$\frac{dC}{dt} = rC - j_0 - \beta t \quad \text{cuya solución es:}$$

$$C=K_1 e^{rt} + \frac{j_o}{r} + \frac{\beta}{r^2} + \frac{\beta}{r} t \quad \text{para } t = t_f \text{ debe ser } C = o,$$

pues suponemos que el capital se extinga por completo; luego:

$$K_1 = -\left(\frac{j_o}{r} + \frac{\beta}{r^2} + \frac{\beta}{r} t_f\right) e^{-rt_f}$$

$$C = \left(\frac{j_o}{r} + \frac{\beta}{r^2}\right)\left(1 - e^{-r(t_f - t)}\right) + \frac{\beta}{r}\left(t - t_f e^{-r(t_f - t)}\right)$$

el capital inicial C_o que es el que nos interesa lo obtenemos para $t = 0$

$$C_o = \left(\frac{j_o}{r} + \frac{\beta}{r^2}\right)\left(1 - e^{-rt_f}\right) - \frac{\beta}{r} t_f\, e^{rt_f}$$

$$\text{llamemos } \frac{j_o}{r} + \frac{\beta}{r^2} = A$$

$$C_o = A - \left(A + \frac{\beta}{r} t_f\right) e^{-rt_f} \qquad \text{(III)}$$

Con la fórmula (III) calcularemos nuevamente dos ejemplos. El primero supondrá un régimen de moneda estable en el cual es suficiente obtener una renta fija. En este caso $\beta = 0$.

En el segundo ejemplo supondremos, como también hicimos anteriormente, un alza general semejante a la observada, en promedio, en los últimos años, la que como se ha dicho es de por lo menos 20% por año. En este caso si la renta o jubilación debe seguir el alza, debe ser

$$\beta = \frac{20}{100} \cdot 12 = 2{,}4$$

Ejemplo 3.°. $r = 0{,}05$ $\beta = 0$ $j_o = 12$. Sustituyendo se llega a: $C_o = 24\left(1 - e^{-0{,}05 t_f}\right)$ Con esta fórmula se ha calculado la siguiente tabla:

TABLA 4

t_f-años	5	10	15	20	25	30	35	40
Co..............	53	95	128	151	172	186	198	217

Ejemplo 4.° $r = 0{,}05$ $\beta = 2{,}4$ $j_o = 12$

reemplazando en la fórmula (III) se llega a

$$C_0 = 1.200 - \left(1200 + 48\ tf\right) e^{-0,05tf}$$

A continuación se han tabulado algunos valores

TABLA 5

tf-años	5	10	15	20	25	30	35	40
Co..............	75	180	305	405	514	613	704	778

Comparando los resultados obtenidos se observa que los capitales necesarios para producir una misma renta inicial son en el segundo caso 2, 3 y 4 veces más grandes, según el tiempo que deben servir la renta.

El tiempo que debe servirse la renta puede estimarse en nuestro caso en alrededor de los 15 años por ser ésta en promedio la «duración de vida probable» para las edades de 55 a 60 años en que se produce el retiro de los empleados.

Sobre esta base se vé que para producir una renta mensual unitaria, en el primer caso se necesitan 128 unidades y en el segundo 305 unidades.

Relacionemos estos resultados con los valores de $\frac{F}{s}$ indicados en las tablas 1 y 2.

Vemos que en la tabla 1 para 30 años de servicios se acumula un fondo 59,8 veces el sueldo, con lo cual la renta fija que podría obtenerse sería de:

$$\frac{59,8}{128} \cdot 100 = 47\% \text{ del último sueldo.}$$

Como todos los términos de la fórmula (I) son proporcionales al descuento «a» del sueldo, si se deseara que el retiro se obtuviera con sueldo íntegro el descuento debiera ser el doble, o sea, de un 20%

Este resultado demuestra que, en general, con moneda estable es posible financiar, con un descuento razonable de los sueldos, la concesión de jubilación con una renta suficiente.

En el caso de inflación previsto en las tablas 2 y 5, la situación es completamente diferente. En la tabla 2 se indica que para 30 años de imposiciones se acumulan 35,7 sueldos, fondo con el cual podría pagarse una renta fija igual a $\frac{35,7}{128}\ 100 = 27,8\%$ y una renta reajustable de $\frac{35,7}{305}\ 100 = 11,7\%$ del último sueldo.

Con lo cual si el retiro quisiera obtenerse con sueldo íntegro, el descuento debería subir al 85% del sueldo, lo que representa un absurdo.

Se deduce claramente la absoluta inconveniencia de establecer sistemas de rentas vitalicias en épocas inflacionistas ya que el monto de ellas sólo podría ser muy pequeño.

Podría creerse que en virtud del mismo proceso inflacionario aumentaron las utilidades de las Cajas de Previsión y como consecuencia pudieran abonar mayores intereses a los fondos acumulados y compensar así la disminución relativa de ellos. Sin embargo, esto no es posible pues las inversiones que pueden efectuar las Cajas están constituídas principalmente por préstamos hipotecarios y bonos del Estado que devengan un interés fijo.

De paso comprobaremos, con ayuda de las tablas, la falta de equidad que significan los sistemas actuales de jubilaciones que conceden pensiones equivalentes a las 30 avas partes del sueldo por año de servicio. Tomemos los fondos F : s para 15 y 30 años respectivamente y veamos qué rentas pueden proporcionar:

De la tabla 1. t = 15 F:s = 24 t = 30 F : s = 59,8

» 2. t = 15 F:s = 15 t = 30 F : s = 35,7

estimando las vidas probables en uno y otro caso en 30 y 20 años respectivamente, según la tabla 4 los capitales serían:

$$t_f = 30 \qquad C_o = 186 \quad \text{y} \quad t_f = 20 \qquad C_o = 151$$

las fracciones del sueldo con que debería concederse la jubilación serían entonces:

para los 15 años $\frac{24}{186} = 0{,}129$ y $\frac{15}{186} = 0{,}081$

y para los 30 años $\frac{59{,}8}{151} = 0{,}395$ y $\frac{35{,}7}{151} = 0{,}236$

En ambos casos la renta para los 15 años es $^1/_3$ de la correspondiente a los 30 años y no la mitad, por lo que el sistema usual que concede 1|30 por año daría entonces una pensión superior en un 50% a la que correspondería según las imposiciones efectuadas. El sistema no es, en consecuencia, equitativo pues favorece al personal con menos años de servicios.

c) EFECTO SOBRE EL FONDO DE DESAHUCIOS.—Es corriente en las leyes de Previsión consultar el pago de un mes de sueldo por año de servicios como indemnización o desahucio, para lo cual se efectúa un $8^1/_3\%$ de descuento sobre el sueldo.

Utilizando los datos de las tablas 1, 2 y 3 podremos comprobar si los fondos que para estos fines se reúnen son o no suficientes. Bastará multiplicar por 0,833 la columna F:s. Se llega así a los siguientes valores:

TABLA 6

Años de servicios	Fondos acumulados según		
	Tabla 1	Tabla 2	Tabla 3
5	6,1	3,7	—
10	12,4	6,5	—
15	20	12.5	10,1
20	27,5	16,8	14,3
25	37,8	22,8	20.0
30	49,8	29,8	26,6
35	66	39	34,5
40	69	49,2	43,8

Se observa que para el caso que hemos considerado como de «moneda estable»—tabla 1—los fondos acumulados son más que suficientes para asegurar el pago de un mes de sueldo por año. En cambio, para el caso que hemos estimado como representativo de la situación actual—tabla 2—son inferiores a lo necesario para los 25 años o menos y suficientes desde los 30 arriba. Obsérvese que la coincidencia entre los fondos y el beneficio a pagar, es completa para los 30 años.

Las cifras calculadas según la tabla 3 muestran que de producirse alzas muy rápidas en los sueldos ($\beta = \infty$) los fondos de desahucio resultarían en general insuficientes, alcanzándose la coincidencia a los 35 años.

Los tres casos presentados permiten establecer que tampoco aquí la legislación es equitativa pues favorece al personal con menos años de servicios.

d) Adquisición de propiedades.—Otro de los objetivos que se persigue en los sistemas de previsión es la adquisición y edificación de propiedades para los imponentes.

Aparte del interés social que este objetivo representa es evidente que, de preferencia en épocas de inflación, debe propenderse a la inversión de los fondos de retiros en propiedades raíces, poniéndose así a cubierto de la desvalorización general.

Si en el ejemplo que calculamos antes los 36 sueldos que se acumulan en 30 años, en lugar de destinarse a servir una renta vitalicia, se invierten en una propiedad podría obtenerse, suponiendo un interés de 10%, una renta mensual de:

$$36 \cdot s \cdot \frac{10}{100} \frac{1}{12} = 0,3 \cdot s$$

Con un 20% de descuento del sueldo la renta mensual alcanzaría a 0,6 s, cantidad que sería suficiente para asegurar en todo momento las necesidades más indispensables, ya que en general esta renta seguirá el ritmo de la inflación, conservando entonces un mismo valor adquisitivo.

Comparando este resultado con el obtenido antes al calcular la posible renta reajustable, en que ésta alcanzaba a 0,234 . s, se ve la gran ventaja que existe en este caso a favor de la inversión en propiedades.

Debe notarse además que en el sistema de rentas ésta se extingue con la muerte y en cambio la propiedad queda íntegra para la familia del empleado. Se constituye así simultáneamente el más adecuado montepío.

Si se considera que en término medio se destina a habitación un 25% del sueldo y estimando en un 11% el interés que debe rentar una propiedad, vemos que una vez que los fondos de retiro alcanzan a:

$$\frac{25}{100} s \frac{100}{11} 12 = 27,3 \text{ s.}$$

el imponente estaría en situación de adquirir una casa habitación apropiada a sus necesidades.

En el ejemplo 2.°—tabla 2—encontramos que esta situación se alcanzaría a los 25 años de servicios.

Se desprende de lo anterior que es posible que todo el conjunto de empleados con más de 25 años de imposiciones, puedan llegar a ser propietarios de una casa de tamaño suficiente. Suponiendo una distribución uniforme del número total de empleados según los años de servicios y limitando estos a 30 años, se llegaría a establecer que $\frac{30 - 25}{30} = \frac{1}{6}$ del total de imponentes serían propietarios.

Es frecuente que las Cajas faciliten capitales para estas adquisiciones exigiendo una cuota de un 20% con fondos de retiros. Así se tiene que los fondos necesarios son:

$$\frac{20}{100} \cdot 27{,}3\ s = 5{,}5\ s$$

monto que de acuerdo con la tabla 2 se obtiene a los 6 años de imposiciones. Debe hacerse notar que en este caso, si no ha existido una ayuda de capitales exteriores a la Caja, la concesión del préstamo ascendente a las 4|5 partes del valor sólo habrá podido efectuarse ocupando los fondos de otros imponentes que no harían uso de esta franquicia.

Haremos un cálculo aproximado del número mínimo de imponentes que quedarían al margen del beneficio.

Con cierta aproximación puede ponerse que: $\frac{F}{s} = \frac{t}{12}$ (s=sueldo anual; t=años de imposiciones) y estimando, como antes, que en el conjunto $s_{30} = 2\ s_o$.

$$s_m = \frac{s_{30} + s_o}{2} = \frac{3}{2} s_o, \quad \text{o sea,} \quad s = \frac{2}{3} s_m \left(1 + \frac{t}{30}\right)$$

el fondo acumulado por cada empleado de t años de servicios sería:

$$F = \frac{F}{s} s = \frac{t}{12} \frac{2}{3} S_m \left(1 + \frac{t}{30}\right)$$

designando por «n» el número total de imponentes, el total de los fondos de los « $\frac{25}{30}$n» empleados de menos de 25 años de imposiciones sería:

$$\Sigma_o^{25} F = \frac{25\ n}{30} \int_o^{25} \frac{Fdt}{25} \quad \text{reemplazando:}$$

$$\Sigma_o^{25} F = \frac{n \ . \ 2}{30 \ . \ 12 \ . \ 3} s_m \int_o^{25} t \left(1 + \frac{t}{30}\right) dt$$

integrando y resolviendo:

$$\Sigma_o^{25} F = 0{,}9 \ . \ n \ . \ s_m$$

Los fondos necesarios para que el total de los « $\frac{20}{30}$ n» empleados comprendidos entre los 5 y 25 años de servicios puedan adquirir una propiedad adecuada a sus necesidades debe ser, de acuerdo con lo visto antes:

$$\frac{27{,}3}{12} s_m \frac{20}{30} n = 1{,}5\ s_m\ n$$

Como los fondos totales de que se podría disponer son: 0,9 s_m n se ve que sólo un 59% de este personal podría aprovechar estas facilidades.

Con relación al conjunto de los «n» empleados vemos entonces que en estas condiciones podrían ser propietarios: $\frac{1}{6}$ n + 0,59 . $\frac{20}{30}$. n = 0,55 n, o sea, aproximadamente la mitad de los imponentes.

Este resultado puede considerarse como satisfactorio, pues por razones familiares, etc., se estima que no más de la mitad del personal necesita vivir en casa propia.

J. H. M. V.

POST SCRIPTUM

Escrito ya lo anterior se nos ha observado que sería más ajustado a la realidad suponer que, en el caso de una violenta inflación, el alza de los sueldos no fuera lineal sino que más bien se produciría a un ritmo cada vez más intenso (situación que se presentaría en todo caso en el período de transición).

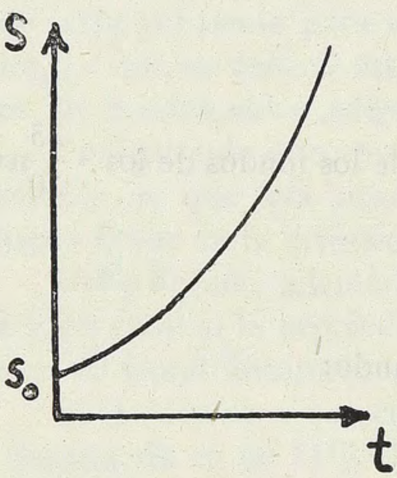


Figura 4

En estas condiciones la función a contemplarse debería ser semejante a la curva mostrada en la figura 4. Una de las funciones que cumpliría con estas condiciones sería la exponencial

$$s = s_0 \, e^{\gamma t}$$

La ecuación diferencial que rige el desarrollo del fondo de retiro (fig. 2) sería entonces:

$$\frac{dF}{dt} = rF + \alpha \, s_0 e^{\gamma t} \qquad \text{cuya solución es:}$$

$$F = \frac{\alpha \, s_0}{\gamma - r} e^{\gamma t} + C_1 \, e^{rt}$$

para t = 0 debe ser $F = F_0$

$$F_0 = \frac{\alpha \quad s_0}{\gamma - r} + C_1 \qquad\qquad C_1 = F_0 - \frac{\alpha \quad s_0}{\gamma - r}$$

$$F = \frac{\alpha \quad s_0}{\gamma - r} e^{\gamma t} + \left(F_0 - \frac{\alpha \quad s_0}{\gamma - r} e^{rt}\right) \qquad \text{(IV)}$$

el valor relativo $\varphi = \frac{F}{s}$ sería llamando $\frac{F_0}{s_0} = \varphi_0$

$$\varphi = \frac{F}{s} = \frac{\alpha}{\gamma - r} + \left(\varphi_0 - \frac{\alpha}{\gamma - r}\right) e^{-(\gamma - r)t} \qquad \text{(V)}$$

Con esta nueva fórmula repetiremos los anteriores ejemplos números 1 y 2.

Ejemplo 1-*a*) Aquí se tenía: $s_{30} = 2\ S_0$ de donde resulta, como $s = s_0\ e^{t\gamma}$ $e^{30\gamma} = 2$ $\gamma = 0{,}0232$
y como antes $\alpha = 0{,}1$ $r = 0{,}05$ $F_0 = 1$ $s_0 = 12$ $\varphi = 0{,}0833$ reemplazando en (V)

$\varphi = \frac{F}{s} = 3{,}81\ e^{0{,}0268t} - 3{,}73$ con lo cual se ha formado la siguiente

TABLA 1-a

t	s : 12	$\varphi = \frac{F}{s}$	12 φ
5	1,12	0,63	7,55
10	1,26	1,25	15,0
15	1,41	1,96	23,5
20	1,59	2,77	33,2
25	1,79	3,71	44,5
30	2,00	4,77	57,2
35	2,26	6,00	72,0
40	2,53	7,35	88,2

Se observa que se llega a valores prácticamente iguales a los encontrados en el Ejemplo 1., Tabla 1

Ejemplo 2-a.—Aquí se suponía $s_{30} = 14\ S_0$, o sea,

$$e^{30\gamma} = 14 \qquad \gamma\varphi = 0{,}0883$$

$\alpha = 0{,}1$ $r = 0{,}05$ $\varphi_0 = 0{,}0833$ reemplazando en (V)

$\varphi = \frac{F}{s} = 2{,}62 - 2{,}537\ e^{-0{,}0383t}$ con la cual se han tabulado los siguientes valores:

TABLA 2-a

t	s : 12	φ	12 φ
5	1,6	0,54	6,5
10	2,4	0,89	10,7
15	3,8	1,20	14,4
20	5,9	1,44	17,3
25	9,2	1,64	19,7
30	14,0	1,81	21,8
35	22,0	1,96	23,6
40	34,0	2,04	24,6

Comparando estas cifras con las indicadas en la tabla 2 se ve que hasta los 15 años ambas dan resultados semejantes pero para tiempos mayores el valor F:s se va haciendo proporcionalmente menor.

Veamos si con esta nueva hipótesis de variación exponencial de los sueldos, existe también un límite para el valor $\varphi = \frac{F}{s}$ cuando el incremento de los sueldos tiende al infinito.

Haciendo $\gamma = \infty$ en la fórmula (V) se encuentra $\varphi = \frac{F}{s} = 0$ o sea, que ahora una violenta inflación conduce a la desvalorización completa de los fondos acumulados.

La función (fórmula V) presenta además otras particularidades que analizaremos a continuación.

A) Si $\gamma = r = 0{,}05$, lo que representa un alza de 1 a 4,5 (ya que $s_{30} = s_0\, e^{0{,}05 \cdot 30} = 4{,}5\, s_o$), tendremos que la fórmula (V) nos dice:

$$\varphi = \infty - \infty$$

para resolver la indeterminación escribiremos la fórmula (V) poniendo $\gamma - r = x$

$$\varphi = \frac{\alpha}{x}\left(1 - \frac{1}{e^{xt}}\right) + \frac{\varphi_o}{e^{xt}}$$

φ para $x = 0$ será

$$\varphi = \lim_{x=o} \frac{\alpha\left(1 - \frac{1}{e^{xt}}\right)}{x} + \varphi_o$$

el valor del límite se encontrará por la regla de l'Hospital derivando numerador y denominador:

$$\varphi = \frac{\alpha \frac{t}{e^{xt}}}{1} + \varphi_o$$ y haciendo aquí $x = 0$

$\varphi = \alpha\, t + \varphi_o$ ecuación de una recta que sale de $t = 0$ $\varphi = \varphi_o$ con inclinación «α».

B) Formemos ahora la derivada de φ (Fórmula V)

$$\frac{d\varphi}{dt}\left[\alpha - \varphi_o\,(\gamma - r)\right] e^{-(\gamma - r)t}$$

si $\alpha = \varphi_o\,(\gamma - r)$

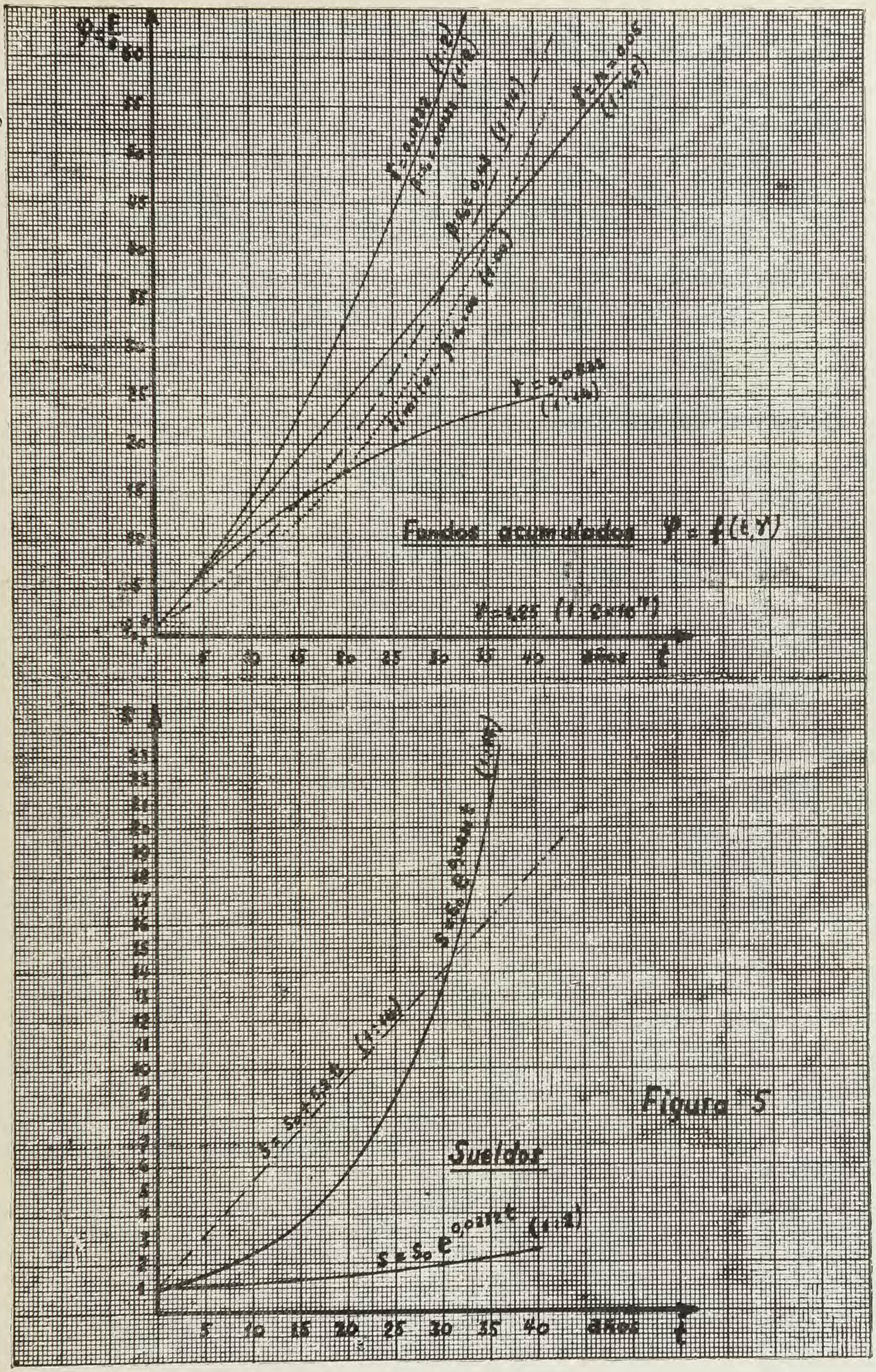
se tendrá que $\frac{d\varphi}{dt} = 0$ de donde que para en $\gamma = \frac{\alpha}{\varphi_o} + r$ la función φ presenta un valor constante, independiente del tiempo, o sea, sería una recta paralela al eje de las «t» a una distancia $\varphi = \varphi_o$.

En nuestros ejemplos el valor de «γ» que produce esta condición es:

$\gamma = \frac{0{,}1}{0{,}0833} + 0{,}05 = 1{,}25$ lo que representa un aumento de sueldo en 30 años de

$$e^{30 \cdot 1{,}25} = e^{37{,}5} \approx 2 \times 10^{17}$$

Con estos valores se han dibujado los gráficos mostrados en la fig. 5.


Fondos acumulados
años
Sueldos
años
Figura 5

Haremos en seguida algunos comentarios e interpretaciones de los resultados obtenidos.

1.°) La variación lineal del sueldo equivale a suponer que el sueldo crece como si estuviera ganando interés simple a razón de $\frac{\beta}{s_o}$ tanto por uno por año. De acuerdo con este concepto «β» representaría efectivamente un «coeficiente de inflación».

2.°) La forma de variación del sueldo que se ha adoptado $s = s_o\, e^{\gamma t}$, es en este mismo orden de ideas, equivalente a suponer que el sueldo crece como si estuviera ganando interés compuesto a razón de «γ» tanto por uno por año.

En efecto, diferenciando:

$$ds = s_o \gamma e^{\gamma t}\, dt = \gamma\, s\, dt$$

de modo que el incremento de «s» es proporcional a «s» y a «γ dt», o sea, es justamente el interés ganado en dt.

También aquí «γ» es entonces un «coeficiente de inflación» (que combina o incluye el crecimiento normal por ascensos de 1:2).

3.°) En ambos casos entonces, en cierta manera, el problema de la inflación quedaría enfocado bajo un aspecto «natural» y los coeficientes «β» y «γ» permitirían calificar la magnitud del proceso inflacionario.

4.°) Desde el punto de vista que nos interesa, de los fondos acumulados, la diferencia de los resultados obtenidos en uno y otro caso es fundamental pues en la hipótesis exponencial llegamos a las más desconsoladoras consecuencias, ya que no existe límite alguno para las aniquiladoras desvalorizaciones a que conducirían las grandes inflaciones.

5.) En la figura 5 vemos que para valores de «γ» inferiores a «r» los fondos relativos acumulados crecen cada vez más rápidamente. Este resultado se hace más palpable pensando que el efecto producido por la desvalorización (γ) no alcanza a superar al efecto del interés del dinero (r).

Cuando $\gamma = r$ ambos efectos se anulan y el resultado es que el fondo relativo sólo crece en razón del descuento «α» de los sueldos (recta con inclinación «α»).

Cuando $\gamma > r$ los fondos relativos acumulados crecen cada vez más lentamente. El interés «r» no alcanza a compensar la desvalorización «γ». Dicho en otra forma el crecimiento del sueldo, que depende de «γ», es más rápido que el crecimiento del fondo, que depende de «r».

Si $\gamma > 1{,}25$ las consecuencias son todavía más funestas, pues el fondo relativo que se iría acumulando llegaría a ser aún inferior al valor inicial. Sin embargo, esta situación sólo podría presentarse en el caso de un completo desastre financiero, ya que según se vió antes $\gamma = 1{,}25$ significa un crecimiento de sueldo de 1 a 200.000.000.000.000.000 en 30 años.

Como consecuencia de todo lo anterior, debemos hacer votos para que, de producirse en nuestro país una gran inflación, ella pueda ser regulada en forma lineal, o sea, crezca a razón de un porcentaje fijo por año. De no ser así, se aniquilaría toda Previsión Social.

J. H. M. V.