A N A L E S

DEL INSTITUTO DE INGENIEROS DE CHILE

Calle San Martín N.° 352 - Casilla 487 - Teléf. 88841 - Santiago - Chile

AÑO LVIII (1) ◦ FEBRERO DE 1945 ◦ N.° 2

(1) Año LVIII desde la fecha de su primera publicación en 1888 como "Anales del Instituto de Ingenieros"
Año X L V desde la fecha de su primera publicación, Enero de 1901, como "Anales del Instituto de Ingenieros de Chile"

Ing. Julio Tapia Cabezas

Refuerzos de puentes metálicos en los Ferrocarriles del Estado

(Continuación)

CALCULO DEL REFUERZO DE LOS TRAMOS DEL PUENTE ÑUBLE CON UN TERCER CORDON SUPERIOR

v) *Dimensiones del arco.*

El puente sobre el río Ñuble, Km. 390.968, está formado por 10 tramos metálicos de 48,8 metros de luz teórica. Fué reforzado el año 1924 colocándole una cadena con tensión dada por contrapesos ubicados en los estribos, lo que hemos clasificado como refuerzo tipo F. Fué un refuerzo estimado para unos 10 años de duración; por esto, se calculó para un tren formado por dos locomotoras "Mikado", y carros carboneros de descarga automática de 64 toneladas. Ahora se presenta el problema de dar una solución definitiva que permita el paso del equipo actual. Un puente nuevo implica un gasto muy considerable; es por lo tanto, conveniente ver si se puede hacer un refuerzo en que se aproveche el material de la cadena.

La viga es de poca altura y se produce al paso del equipo una flecha mayor que la admisible, por lo que no cabe, entonces, un refuerzo directo. La solución más indicada es agregarle un tercer cordón superior que no sólo lo refuerza, sino que le da la rigidez que le falta y que permite aprovechar el material del actual refuerzo. Lámina 19.

La viga tiene un enrejado Monier simple dividido en 12 paños de 3,962 m.; pero el primer paño es en realidad de 4,59 m. como se ve en la lámina 19.

Para simplificar el cálculo del arco, vamos a suponer la luz igual a $l = 12 \cdot 3{,}962 = 47{,}544$ m. para tener los paños de luz $\lambda = 3{,}962$ iguales e igual a la altura h de la viga. La economía de cálculo es muy grande y el error muy pequeño y como va a disminuir el efecto del refuerzo en el cálculo, aumenta la seguridad real.

Tenemos entonces

$$l = 47{,}544$$
$$f = 13 \text{ a } 14\% \text{ de } 48{,}8 = 6{,}35 \text{ a } 6{,}8 \text{ m.}$$

Como la actual cadena que vamos a aprovechar tiene una flecha de cerca de 5 m., tomaremos $f = 5$ m.

Las ordenadas del arco las calculamos con la ecuación de la parábola $y^2 = 2\,p\,x$.

Para este cálculo tomaremos la luz real de 48,8 que nos da:

$$y^2 = 119{,}072\ x$$

de la que deducimos la longitud h de las péndolas.

NUDO	y	y^2	x	h
0	24,400	595,360	5,000	0,000
1	19,810	392,436	3,296	1,704
2	15,848	251,159	2,109	2,891
3	11,886	141,277	1,186	3,814
4	7,924	62,790	0,527	4,473
5	3,962	15,700	0,132	4,868
6	0,000	0,000	0,000	5,000

$$4) \quad q = \frac{8\ f}{l^2} = \frac{8 \cdot 5}{47{,}544^2} = +\ 0{,}0177 \text{ tons./m. c.}$$

El esfuerzo Q en cada péndola es

$$Q = \frac{8\ f}{l^2} \cdot \lambda = 0{,}0177 \cdot 3{,}962 = 0{,}0702 \text{ Tons.}$$

Con esta solicitación vamos a calcular los valores de

$$\delta_{m'} \quad \frac{M'^2\ d\ x}{E\ I} \quad y \quad \frac{S'^2\ s}{E\ \Omega}$$

b) *Cálculo de los valores* δ_m

Los desplazamientos δ_m los calculamos siguiendo el método de Müller Breslau, tomo II, pág. 106, edición italiana de 1927.

Tenemos el caso de vigas de cabezas paralelas y en que h, altura de la viga, es igual a λ luz de los paños. Además el ángulo φ de inclinación de las diagonales es de 45°.

Para calcular los valores W_m aplicamos a los nudos 1 al 5 la ecuación 10)

$$W_m = \frac{1}{h}\left[-\Delta o_m + \Delta u_{m+1} + \frac{1}{\cos\varphi}(\Delta d_m - \Delta d_{m+1}) - \Delta h_{m-1} + \Delta h_m\right]$$

y para el nudo 6 la ecuación

$$W_m = \frac{1}{h}\left[-\Delta o_m - \Delta o_{m+1} + \frac{1}{\cos\varphi}(\Delta d_m + \Delta d_{m+1}) - \Delta h_{m-1} - \Delta h_{m+1}\right]$$

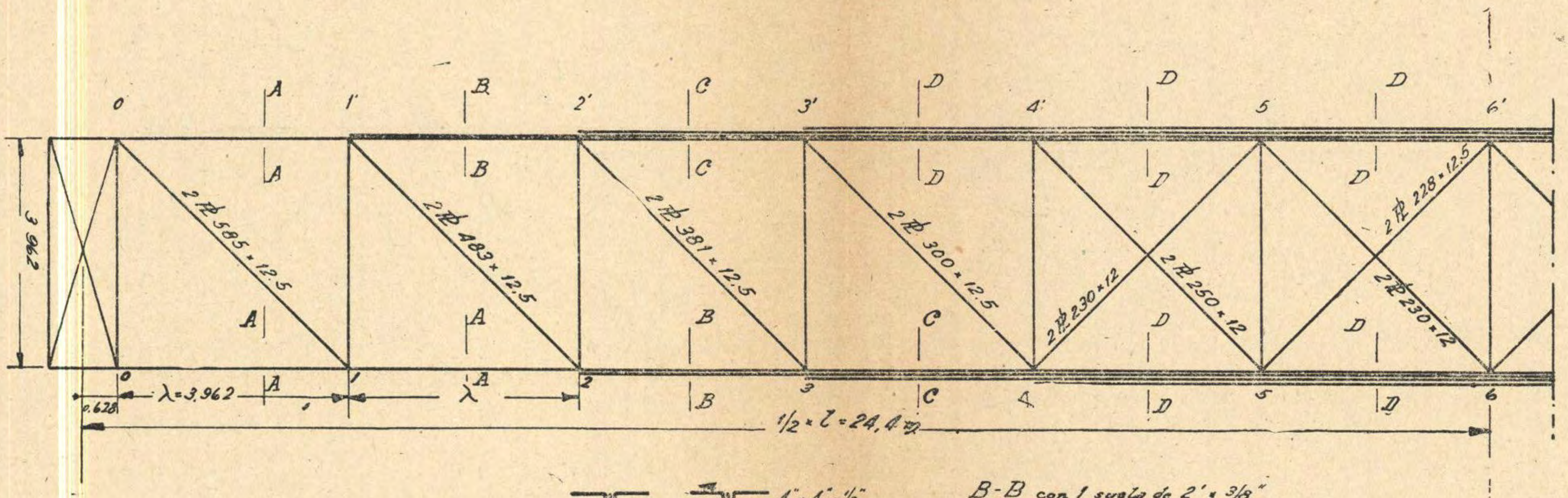
valores $\Delta = \frac{S \cdot s}{\Omega}$ y $\frac{S^2 \cdot s}{\Omega}$

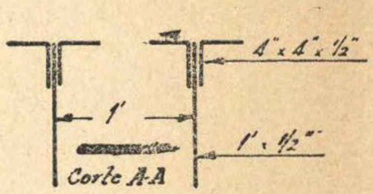
CABEZA SUPERIOR

INDICE	Longitud s	Sección Ω	Esfuerzo S	$\Delta = \frac{S\ .\ s}{\Omega}$	$\frac{S^2\ .\ s}{\Omega}$
	cm.	cm^2	Ton.	Ton/cm.	$Ton^2/cm.$
1	396,2	176,1	0,386	0,872	0,337
2	”	237,1	0,701	1,145	0,803
3	”	298,1	0,946	1,268	1,200
4	”	359,1	1,122	1,228	1,378
5	”	”	1,227	1,347	1,653
6	”	”	1,262	1,387	1,750
					7,121

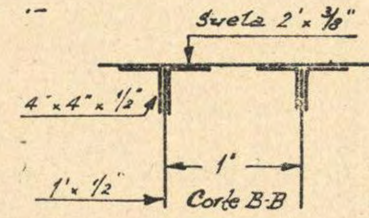
PUENTE ÑUBLE

Esquema de las vigas metálicas de 48,8 m de luz

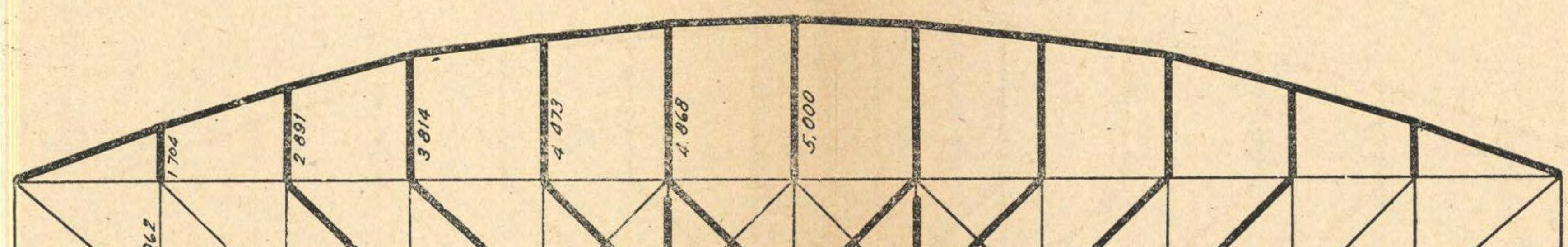




B-B con 1 suela de 2' × 3/8"
C-C " 2 " " " "
D-D " 3 " " " " "



Esquema del refuerzo



CABEZA INFERIOR

INDICE	Longitud s	Sección Ω	Esfuerzo S	$\Delta = \frac{S \cdot s}{\Omega}$	$\frac{S^2 \cdot s}{\Omega}$
	cm.	cm².	Ton.	Ton/cm.	Ton²/cm.
1	396,2	176,1	0,000	0,000	0,000
2	"	"	0,386	0,872	0,337
3	"	237,1	0,701	1,145	0,803
4	"	298,1	0,946	1,268	1,200
5	"	359,1	1,122	1,228	1,378
6	"	"	1,227	1,347	1,653
					5,371

DIAGONALES

1	560,4	146,2	0,545	2,073	1,130
2	"	120,7	0,446	2,073	0,924
3	"	95,0	0,347	2,017	0,700
4	"	75,0	0,248	1,849	0,458
5	"	60,0	0,149	1,401	0,209
6	"	55,2	0,049	0,504	0,025
					3,446

MONTANTES

INDICE	Longitud s	Sección Ω	Esfuerzo S	$\Delta = \frac{S \cdot s}{\Omega}$	$\frac{S^2 \cdot s}{\Omega}$
	cm.	cm²	Ton.	Ton./cm.	Ton²/cm.
1	396,2	161,8	0,385	0,951	0,366
2	"	84,4	0,315	1,466	0,462
3	"	84,4	0,245	1,148	0,281
4	"	71,2	0,175	0,951	0,166
5	"	54,6	0,105	0,752	0,079
6	"	54,6	0,035	0,238	0,008
					1,362

Con estos valores calculamos los $W_m \cdot h$

$$W_1h = + 0{,}872 + 0{,}872 + 1{,}414\,(2{,}073 - 2{,}073) + 0{,}0 \quad - 0.951 = 0{,}793$$
$$W_2h = + 1{,}145 + 1{,}145 + 1{,}414\,(2{,}073 - 2{,}017) + 0{,}951 - 1{,}466 = 1{,}854$$
$$W_3h = + 1{,}268 + 1{,}268 + 1{,}414\,(2{,}017 - 1{,}849) + 1{,}466 - 1{,}148 = 3{,}091$$
$$W_4h = + 1{,}228 + 1{,}228 + 1{,}414\,(1{,}849 - 1{,}401) + 1{,}148 - 0{,}951 = 3{,}286$$
$$W_5h = + 1{,}347 + 1{,}347 + 1{,}414\,(1{,}401 - 0.504) + 0{,}951 - 0{,}752 = 4{,}161$$
$$W_6h = + 1{,}387 + 1{,}387 + 1{,}414\,(0{,}504 + 0{,}504) + 0{,}752 + 0{,}752 = 5{,}703$$

Con estos valores calculamos los T (Müller Breslau) que están amplificados por h.

$$
\begin{array}{lr}
T_6 = \frac{1}{2} W_6 = & 2,852 \\
 & 4,161 \\
\hline
T_5 = & 7,013 \\
 & 3,286 \\
\hline
T_4 = & 10,299 \\
 & 3,091 \\
\hline
T_3 = & 13,390 \\
 & 1,854 \\
\hline
T_2 = & 15,244 \\
 & 0,793 \\
\hline
T_1 = & 16,037
\end{array}
$$

Los valores que vamos a calcular a continuación son de $\frac{M}{\lambda}$; pero como los valores T están amplificados por h y $h = \lambda$ tenemos $\frac{M}{\lambda} \cdot h = M$

$$
\begin{array}{lcr}
M_1 = & T_1 = & 16,037 \\
 & T_2 = & 15,244 \\
\hline
M_2 & = & 31,281 \\
 & T_3 = & 13,390 \\
\hline
M_3 & = & 44,671 \\
 & T_4 = & 10,299 \\
\hline
M_4 & = & 54,970 \\
 & T_5 = & 7,013 \\
\hline
M_5 & = & 61,983 \\
 & T_6 = & 2,852 \\
\hline
M_6 & = & 64,835
\end{array}
$$

Tenemos $\delta_m = \frac{M}{E}$ y tomaremos E para el puente existente igual a 2.000.— Tons./cm²

$$
\begin{array}{lll}
\delta_1 = & 0,00802 & \text{cm.} \\
\delta_2 = & 0,01564 & \text{"} \\
\delta_3 = & 0,02233 & \text{"} \\
\delta_4 = & 0,02748 & \text{"} \\
\delta_5 = & 0,03099 & \text{"} \\
\delta_6 = & 0,03243 & \text{"}
\end{array}
$$

c) Trabajo de deformación de la viga.

Tenemos que $\Sigma \frac{M'^2 dx}{EI} = \Sigma \frac{S'^2 s}{\Omega E}$ valores que están calculados para el enrejado.

Cabeza superior........................	2 · 7,121
Cabeza inferior........................	2 · 5,731
Diagonales........................	2 · 3,446
Montantes........................	2 · 1,362

$$\Sigma \frac{S'^2 s}{\Omega} = 2 \cdot 17{,}300$$

$$\Sigma \frac{S'^2 s}{\Omega E} = \frac{2 \cdot 17{,}300}{2.000} = 0{,}0173$$

d) Trabajo de deformación del tercer cordón.

Tenemos: $$S = \frac{H}{\cos \alpha}$$

$$s = \frac{\lambda}{\cos \alpha} \qquad \text{Para } H = 1$$

$$\Sigma \frac{S'^2 s}{E \Omega} = \frac{\lambda}{E \Omega} \quad \Sigma \frac{1}{\cos^3 \alpha}$$

PAÑOS	Tg α	α	cos α	$\frac{1}{\cos^3 \alpha}$
1	0,430	23° 10'	0,919	1,289
2	0,299	16° 40'	0,958	1,138
3	0,233	13° 10'	0,974	1,082
4	0,166	9° 30'	0,986	1,044
5	0,100	6° 50'	0,993	1,021
6	0,033	2° 0'	0,999	1,003

$$\Sigma \frac{1}{\cos^3 \alpha} = 2 \cdot 6{,}577$$

Tomaremos $\Omega = 300$ cm. y $E = 2100$ Ton./cm^2

$$\Sigma \frac{S'^2 s}{E \Omega} = \frac{3 \cdot 96{,}2}{2100 \cdot 300} \cdot 2 \cdot 6{,}577 = 0{,}00827$$

e) Trabajo de deformación de las péndolas.

S es constante igual a 0,701 tons. y tomaremos $\Omega = 40$ cm. y Σ s = 40,5 m.

$$\Sigma \frac{S'^2 s}{E \Omega} = \frac{S'^2}{E \Omega} \Sigma s = \frac{0{,}0701^2}{2100 \cdot 40} \cdot 4050 = 0{,}00024$$

TRABAJOS DE DEFORMACION TOTAL

Viga	0,0173
Arco	0,0083
Péndolas	0,0002
Total	0,0258

Los valores de H son los siguientes:

$$H_1 = \frac{0,00802}{0,0258} = 0,311$$

$$H_2 = \frac{0,01564}{0,0258} = 0,606$$

$$H_3 = \frac{0,02233}{0,0258} = 0,865$$

$$H_4 = \frac{0,02748}{0,0258} = 1,065$$

$$H_5 = \frac{0,03099}{0,0258} = 1,201$$

$$H_6 = \frac{0,03243}{0,0258} = 1,256$$

f) Vamos a calcular ahora los valores de H suponiendo la viga como de alma llena

MOMENTO MEDIO DE INERCIA

Paño 1	12.020.000 cm^4
" 2	13.687.000 "
" 3	18.125.000 "
" 4	23.614.000 "
" 5 y 6 (2 · 26.321.000)	52.642.000 "
	120.088.000 "

$$I_m = 20.015.000 \text{ cm}^4$$

g) *Cálculo de los* δ_m

Tenemos:

$$Q = 0,0701 \text{ ton.}$$

$$R = \frac{1}{2} \Sigma Q$$

$$M_n = R \cdot n\lambda - \left[(n-1) + (n-2) + \ldots . \right] Q\lambda$$

$$Q\lambda = 0,0701 \cdot 3,962 = 0,278$$

$$R\lambda = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 0,0701 \cdot 3,962 = 1,529$$

$$M_1 = R\lambda - 0 \cdot Q = 1,529 = 1,529$$

$$M_2 = 2R\lambda - \lambda Q = 3,058 - 0,278 = 2,780$$

$$M_3 = 3R\lambda - 3\lambda Q = 4,587 - 0,834 = 3,753$$

$$M_4 = 4\,R\,\lambda - 6\,\lambda\,Q = 6{,}116 - 1{,}668 = 4{,}448$$
$$M_5 = 5\,R\,\lambda - 10\,\lambda\,Q = 7{,}645 - 2{,}780 = 4{,}865$$
$$M_6 = 6\,R\,\lambda - 15\,\lambda\,Q = 9{,}174 - 4{,}170 = 5{,}004$$

Los valores W_n son (Müller Breslau)

$$W_n = \frac{\lambda}{6}\,(M_{n-1} + 4\,M_n + M_{n+1})$$

$$\frac{\lambda}{6} = 0{,}660$$

$$W_1 = \frac{\lambda}{6}(M_0 + 4M_1 + M_2) = 0{,}660\,(\quad + 4 \cdot 1{,}529 + 2{,}780) = 5{,}871$$

$$W_2 = \frac{\lambda}{6}(M_1 + 4M_2 + M_3) = 0{,}660\,(1{,}529 + 4 \cdot 2{,}780 + 3{,}753) = 10{,}825$$

$$W_3 = \frac{\lambda}{6}(M_2 + 4M_3 + M_4) = 0{,}660\,(2{,}780 + 4 \cdot 3{,}753 + 4{,}448) = 14{,}678$$

$$W_4 = \frac{\lambda}{6}(M_3 + 4M_4 + M_5) = 0{,}660\,(3{,}753 + 4 \cdot 4{,}448 + 4{,}865) = 17{,}431$$

$$W_5 = \frac{\lambda}{6}(M_4 + 4M_5 + M_6) = 0{,}660\,(4{,}448 + 4 \cdot 4{,}865 + 5{,}004) = 19{,}081$$

$$\frac{1}{2}\,W_6 = \frac{1}{2}\frac{\lambda}{6}(M_5 + 4M_6 + M_5) = \frac{1}{2} \cdot 0{,}660\,(4{,}865 + 4 \cdot 5{,}004 + 4{,}865) = 9{,}816$$

$$R_w = 77{,}702$$

Los momentos correspondientes a estos valores son:

$$M_n = \left[n\,R_w - (n-1)\,W_1 - (n-2)\,W_2 + \ldots\right] \cdot \lambda$$

$$M_1 = R_w \cdot \lambda = 77{,}702 \cdot 3{,}962 = 307{,}9$$
$$M_2 = (2R_w - W_1) \cdot \lambda = (2 \cdot 77{,}702 - 5{,}871) \cdot 3{,}962 = 592{,}4$$
$$M_3 = (3R_w - 2W_1 - W_2) \cdot \lambda = (3 \cdot 77{,}702 - 2 \cdot 5{,}871 - 10{,}825) \cdot 3{,}962 = 834{,}2$$
$$M_4 = (4R_w - 3W_1 - 2W_2 - W_3) \cdot \lambda = (4 \cdot 77{,}702 - 3 \cdot 5{,}871 - 2 \cdot 10{,}825 - 14{,}678) \cdot 3{,}962 = 1017{,}7$$
$$M_5 = (5R_w - 4W_1 - 3W_2 - 2W_3 - W_4) \cdot \lambda = (5 \cdot 77{,}702 - 4 \cdot 5{,}871 - 3 \cdot 10{,}825 - 2 \cdot 14{,}678 - 17{,}431) \cdot 3{,}962 = 1132{,}2$$
$$M_6 = (6R_w - 5W_1 - 4W_2 - 3W_3 - 2W_4 - W_5) \cdot \lambda = (6 \cdot 77{,}702 - 5 \cdot 5{,}871 - 4 \cdot 10{,}825 - 3 \cdot 14{,}678 - 2 \cdot 17{,}431 - 19{,}081) \cdot 3{,}962 = 1171{,}1$$

$$E = 20.000.000 \text{ Ton./m}^2$$
$$I_m = 0{,}20015 \text{ m}^4$$
$$EI_m = 4.003.000$$
$$\delta_n = \frac{M_n}{E\,I_m}$$
$$\delta_1 = \frac{307{,}9}{4.003.000} = 0{,}00769$$
$$\delta_2 = \frac{592{,}4}{4.003.000} = 0{,}01480$$

$$\delta_3 = \frac{834,2}{4.003.000} = 0,02084$$

$$\delta_4 = \frac{1017,7}{4.003.000} = 0,02542$$

$$\delta_5 = \frac{1132,2}{4,003.000} = 0,02828$$

$$\delta_6 = \frac{1171,1}{4.003.000} = 0,02926$$

h) Cálculo de $\Sigma \frac{M'^2 \, d\,x}{E\,I}$

Tomemos $d\,x = \lambda$

$$\Sigma \frac{M'^2 \, d\,x}{E\,I} = \Sigma \frac{(M' \; \lambda)_2}{\lambda\, E\, I_m} = \frac{1}{\lambda\, E\, I_m} \; \Sigma \; K$$

$$K_n = \frac{1}{2} \lambda \; (M_{n-1} + M_n)$$

$$K_1 = \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot M_1 = \frac{1}{2} \lambda \cdot 1,529$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \lambda \cdot (M_1 + M_2) = \frac{1}{2} \lambda \; (1,529 + 2,780) = \frac{1}{2} \lambda \cdot 4,309$$

$$K_3 = \frac{1}{2} \lambda \cdot (M_2 + M_3) = \frac{1}{2} \lambda \; (2,780 + 3,753) = \frac{1}{2} \lambda \cdot 6,533$$

$$K_4 = \frac{1}{2} \lambda \cdot (M_3 + M_4) = \frac{1}{2} \lambda \; (3,753 + 4,448) = \frac{1}{2} \lambda \cdot 8,201$$

$$K_5 = \frac{1}{2} \lambda \cdot (M_4 + M_5) = \frac{1}{2} \lambda \; (4,448 + 4,865) = \frac{1}{2} \lambda \cdot 9,313$$

$$K_6 = \frac{1}{2} \lambda \cdot (M_5 + M_6) = \frac{1}{2} \lambda \; (4,865 + 5,004) = \frac{1}{2} \lambda \cdot 9,869$$

$$K_1^2 = \frac{1}{4} \lambda^2 \cdot 2,338$$

$$K_2^2 = \frac{1}{4} \lambda^2 \cdot 18,567$$

$$K_3^2 = \frac{1}{4} \lambda^2 \cdot 42,680$$

$$K_4^2 = \frac{1}{4} \lambda^2 \cdot 67,256$$

$$K_5^2 = \frac{1}{4} \lambda^2 \cdot 86,732$$

$$K_6^2 = \frac{1}{4} \lambda^2 \cdot \underline{97,397}$$

$$\Sigma \; K_n^2 = \frac{1}{2} \lambda^2 \cdot 314,970$$

$$\Sigma \frac{M'^2 \, d\,x}{E\,I} = \frac{\lambda^2 \cdot 314,97}{2 \cdot \lambda \cdot 4.003.000} = \frac{3,962 \cdot 314,97}{2 \cdot 4.003.000} = 0,0156$$

El trabajo de deformación total sería entonces:

Vigas	0,0156
Arco	0,0083
Péndolas	0,0002
Total	0,0241

Los valores de H son los siguientes:

$$H_1 = \frac{0,00769}{0,0241} = 0,319$$

$$H_2 = \frac{0,01480}{0,0241} = 0,614$$

$$H_3 = \frac{0,02084}{0,0241} = 0,864$$

$$H_4 = \frac{0,02542}{0,0241} = 1,054$$

$$H_5 = \frac{0,02828}{0,0241} = 1,173$$

$$H_6 = \frac{0,02926}{0,0241} = 1,214$$

El empuje obtenido es 1,5% menor que en el caso anterior. Como se ve, el considerar la viga como de alma llena, según el método expuesto, implica sólo un error despreciable.

Con los H obtenidos se dibuja la línea de influencia de H, de la que se deducen las líneas de influencia de momentos y de esfuerzos de corte, Fig. 20.

A continuación damos los momentos y esfuerzos de corte para la viga, sin y con refuerzo. Los valores están calculados para el tren tipo C sin coeficiente dinámico

NUDO	m Ton. m.	M Ton. m.	% de disminución
1	634	240,7	62
2	1063	380,0	65
3	1370	447,0	68
4	1590	503,0	67
5	1700	518,0	70
6	1720	519,0	70

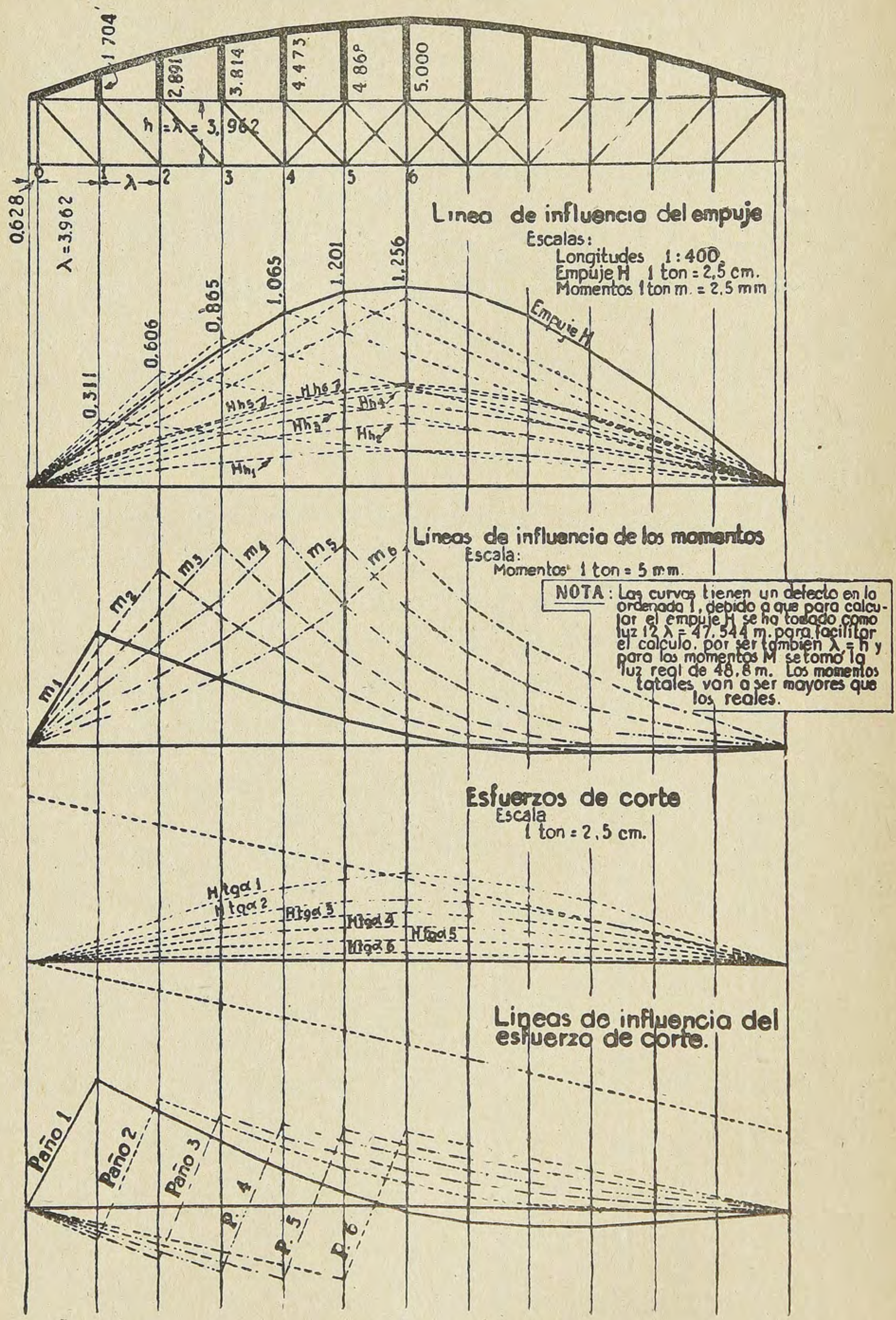
Como término medio los momentos de la carga rodante han disminuído en 67% solicitación que absorbe el tercer cordón.

Lámina 20

PUENTE ÑUBLE

Km 390 - 968.

10 tramos metálicos de l_t 48,8 m.



PAÑOS	T ton.	Tt ton. m.	% de disminución
1	130,8	49,2	62
2	112,2	45,3	60
3	95,4	44,6	53
4	79,2	39,4	50
5	64,2	37,9	41
6	50,7	34,7	32

Como se ve, en las diagonales los esfuerzos disminuyen de un 62% a un 32% en el centro.

(Continuará)