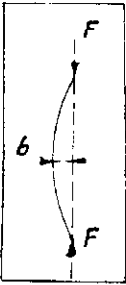


# Cálculo de enrejados múltiples en los Puentes Metálicos.

## DEFORMACIÓN EN LAS PIEZAS COMPRIMIDAS

Consideremos una barra que supondremos para más generalidad con una flecha inicial  $b$  antes de que actúen las fuerzas; sea también  $l$  la distancia entre sus extremos.



Al actuar la fuerza  $F$  según la cuerda la distancia entre sus extremos variará de una cantidad  $dl$  cuya expresión es de la forma

$$dl = \frac{Fl}{\varphi E}$$

En las piezas rectilíneas sometidas a la tracción o en las comprimidas de gran radio de giro  $\varphi$  es igual a la sección de la pieza; pero en las barras poco rígidas ella es una función más compleja y no sólo depende de la sección sino de la longitud, radio de giro solicitaciones, etc.

En el caso particular de piezas comprimidas rectilíneas tenemos según Resal.

$$\varphi = \frac{\omega}{1 + \mu} \left\{ \begin{array}{l} \omega \text{ sección de la barra} \\ \mu \text{ se designa con el nombre de sección reducida} \end{array} \right.$$

siendo

$$\mu = \frac{1}{4} \left( \frac{\alpha}{1 + \alpha} \right)^2 \left( 2 - \frac{\alpha F}{N \omega} \right) \left( 1 - \frac{\alpha F}{N \omega} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{Nl^2}{K \pi^2 E r^2}$$

Para el acero

$$N = 24 \times 10^6 \text{ kls/m}^2$$

$$E = 2 \times 10^{10} \text{ kls/m}^2$$

K es un coeficiente que depende de la sollicitación, para articulación  $K = 1$ , y para empotramiento  $K = 4$ .

Las fórmulas como se comprende son un poco complicadas pero es muy fácil emplear tablas o gráficos.

La fatiga se obtiene entonces en una pieza comprimida por la fórmula conocida de Resal.

$$R' = \frac{F}{\omega} \left( 1 + \alpha \right) = R \left( 1 + \alpha \right)$$

por consiguiente se puede escribir

$$\mu = \frac{1}{4} \left( \frac{\alpha}{1 + \alpha} \right)^2 \frac{2 - \frac{R' - R}{N}}{\left( 1 - \frac{R' - R}{N} \right)^2}$$

Adjunto al presente estudio un abaco para facilitar el empleo de esta fórmula.

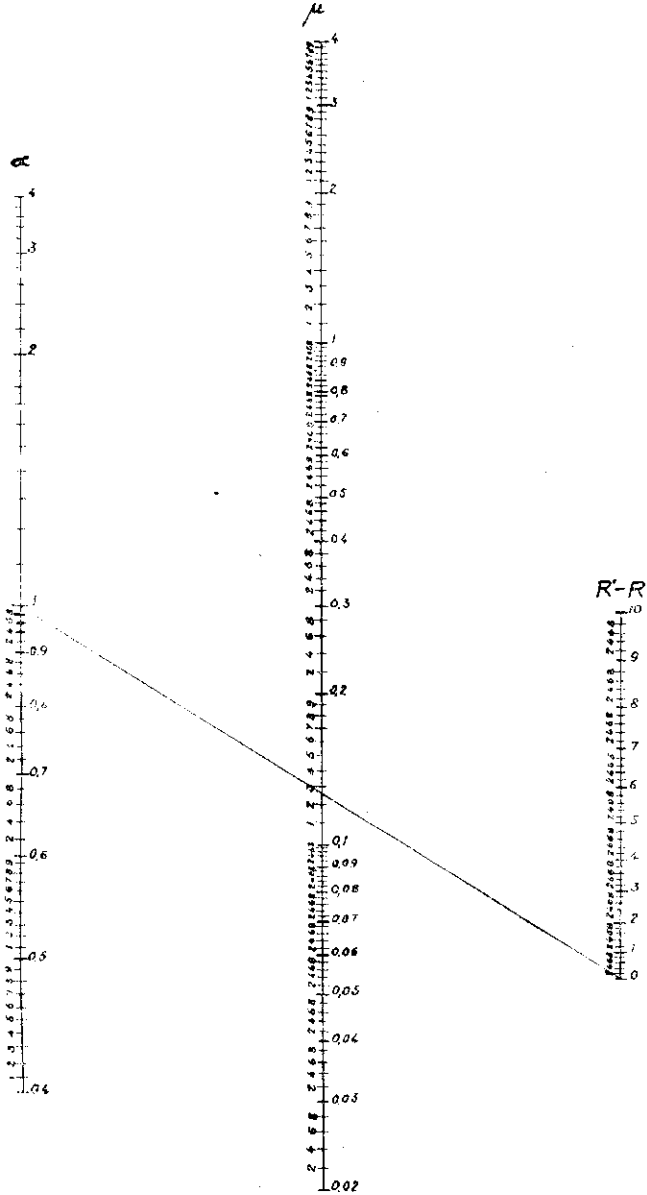
#### VIGAS CON MONTANTES Y CRUCES DE SAN ANDRÉS

El cambio de signo del esfuerzo de corte produce la inversión de los esfuerzos de las diagonales en la región media de cada tramo. En el sistema Monier en la región crítica en que el esfuerzo de corte puede ser alternativamente positivo o negativo según la distribución de la sobrecarga, se emplea las contradiagonales constituyendo así el sistema de montantes y cruces de San Andrés. Esta medida tiene por objeto disminuir la compresión que experimentarían las diagonales al cambiar de signo el esfuerzo de corte pues esas piezas son generalmente de pequeña rigidez e inaptas por consiguientes de resistir un esfuerzo de alguna importancia.

Se sabe por otra parte que el tipo de viga de montantes y cruces de San Andrés es anti-económico y sólo se justifica en dos casos: 1.º Si el montaje se efectúa por lanzamiento; 2.º Si se trata de reforzar una viga de estabilidad insuficiente. En ambos casos es preferible el tipo Monier o el Wahren.

El método usual de cálculo en la región media de cada tramo donde el esfuerzo de corte puede ser alternativamente positivo o negativo, admite la hipótesis

$$\mu = \frac{1}{4} \left( \frac{\alpha}{100} \right)^2 \frac{(2 - \frac{R-R}{N})}{(1 - \frac{R-R}{N})^2}$$



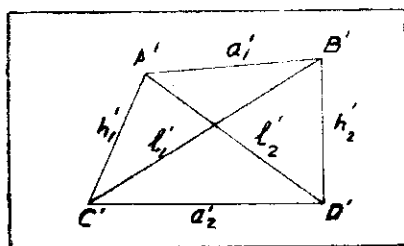
que sólo trabaja una de las barras, la que trabajaría por tracción haciendo abstracción de la otra barra.

Otro método de cálculo consiste en desdoblar el sistema y calcular cada uno con la mitad de la carga permanente y de la sobrecarga móvil. En este caso se admite que el esfuerzo de corte se reparte igualmente entre la diagonal y la contra diagonal trabajando simultáneamente ambas barras una tracción y la otra por comprensión.

Ambos métodos se aproximarían a la realidad pero si los perfiles de las barras cumplieran ciertas condiciones como veremos más adelante.

ECUACIÓN DE DESFORMACIÓN ELÁSTICA

Consideremos un paño cualquiera y designemos por  $a_1, a_2, h_1, h_2, l_1, l_2$  las distancias entre los nudos y por A B C D los ángulos de los vértices antes de la deformación. De la figura deducimos las ecuaciones siguientes (sistema deformado).



$$\left. \begin{aligned} l_1'^2 &= h_2'^2 + a_2'^2 - 2 h_2' a_2' \cos D' \\ l_1'^2 &= h_1'^2 + a_1'^2 - 2 h_1' a_1' \cos A' \\ l_2'^2 &= h_2'^2 + a_1'^2 - 2 h_2' a_1' \cos B' \\ l_2'^2 &= h_1'^2 + a_2'^2 - 2 h_1' a_2' \cos C' \\ A' + B' + C' + D' &= 2 \pi \end{aligned} \right\}$$

Por otra parte existen las relaciones siguientes entre las distancias de los nudos antes y después de la deformación

$$l_1' = l_1 + dl_1 = l_1 + \frac{F_1 l_1}{E \omega_1}$$

es decir 6 ecuaciones que unidas a las anteriores son suficientes para eliminar  $l_1', l_2', a_1', a_2', h_1', h_2'$  y  $A', B', C', D'$  y obtener por consiguiente la ecuación de deformación elástica. Es preferible adoptar otro método más sencillo despreciando los cuadrados de las deformaciones. Si consideramos el sistema antes de la deformación tendremos 5 ecuaciones análogas al sistema (1) y diferenciando la 1.ª obtenemos

$$l_1 dl_1 = h_2 dh_2 + a_2 da_2 - a_2 \cos D dh_2 - h_2 \cos D da_2 + a_2 h_2 \operatorname{sen} D dD$$

En la práctica los ángulos ABCD difieren poco de  $\frac{\pi}{2}$  por consiguiente podemos escribir

$$(2) \quad l_1 dl_1 = h_2 dh_2 + a_2 da_2 + a_2 h_2 dD$$

Análogamente diferenciando las demás ecuaciones obtenemos

$$(3) \quad l_1 dl_1 = h_1 dh_1 + a_1 da_1 + a_1 h_1 dA$$

$$(4) \quad l_2 dl_2 = h_2 dh_2 + a_1 da_1 + a_1 h_1 dB$$

$$(5) \quad l_2 dl_2 = h_1 dh_1 + a_2 da_2 + a_2 h_2 dC$$

$$(6) \quad dA + dB + dC + dD = 0$$

Despejando dA, dB, dC, dD de las ecuaciones (2), (3), (4), (5) y reemplazando en (6) obtenemos finalmente la ecuación de deformación elástica.

$$(7) \quad dl_1 \left[ \frac{l_1}{a_1 h_1} + \frac{l_1}{a_2 h_2} \right] + dl_2 \left[ \frac{l_2}{a_1 h_2} + \frac{l_2}{a_2 h_1} \right] - (dh_1 + dh_2) \left( \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) - (da_1 + da_2) \left( \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) = 0$$

Por consiguiente en el caso particular bastante frecuente  $h_1 = h_2$   $a_1 = a_2$   $l_1 = l_2$  la ecuación de deformación es

$$(8) \quad l_1 (dl_1 + dl_2) - h_1 (dh_1 + dh_2) - a_1 (da_1 + da_2) = 0$$

#### VIGA TIPO CRUCETA

Consideremos un paño ABCD cualquiera de la viga tipo cruceta y escribamos las cinco ecuaciones de equilibrio estático:

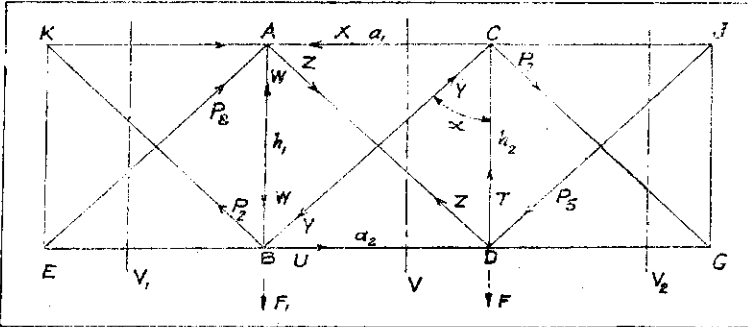
$$(9) \quad M_D - Zh_1 \sin \alpha - Vh_1 = 0 \quad \left[ \begin{array}{l} \text{ecuación de momento respecto} \\ \text{del nudo C.} \end{array} \right]$$

$$(10) \quad M_D - lh_1 \sin \alpha - Xh_1 = 0 \quad \left[ \begin{array}{l} \text{ecuación de momentos respecto} \\ \text{del nudo D} \end{array} \right]$$

$$(11) \quad V - l \cos \alpha - Z \cos \alpha = 0 \quad \left[ \begin{array}{l} \text{ecuación de proyección sobre la} \\ \text{vertical, V es el esfuerzo de} \\ \text{corte} \end{array} \right]$$

$$(12) \quad T - P_5 \cos \alpha + Z \cos \alpha - F = 0 \quad \left[ \begin{array}{l} \text{ecuación de proyección vertical} \\ \text{de las fuerzas concurrentes} \\ \text{al nudo D} \end{array} \right]$$

$$(13) \quad W + F_1 - P_2 \cos \alpha + I \cos \alpha = 0 \quad \left[ \begin{array}{l} \text{ecuación de proyección vertical} \\ \text{de las fuerzas en el nudo B} \end{array} \right]$$



Restando las dos primeras ecuaciones obtenemos:

$$(14) \quad X - V = (Z - I) \operatorname{sen} \alpha$$

Restando las dos últimas (12) y (13).

$$(15) \quad W - T + F + F_1 + (P_5 - P_2) \cos \alpha - (Z - I) \cos \alpha = 0$$

pero de la figura se deduce

$$P_2 \cos \alpha + P_8 \cos \alpha = V_1 \quad \left[ \begin{array}{l} V_1 \text{ es el esfuerzo de corte en el paño de la} \\ \text{izquierda del considerado} \end{array} \right]$$

Además se deduce

$$P_3 \cos \alpha + P_7 \cos \alpha = V_2 \quad \left[ \begin{array}{l} V_2 \text{ es el esfuerzo de corte en el paño de la} \\ \text{derecha} \end{array} \right]$$

$$V_2 - V_1 = -(F + F_1)$$

de donde

$$(P_5 - P_2) \cos \alpha + (P_7 - P_8) \cos \alpha = V_2 - V_1 = -(F + F_1)$$

o sea

Obtenemos finalmente

$$\left\{ \begin{array}{l} Y = \frac{\frac{AV}{\cos \alpha} - C}{A + B} \\ Z = \frac{\frac{BV}{\cos \alpha} + C}{A + B} \end{array} \right.$$

siendo

$$A = \frac{l_1^2}{\omega_z} + \frac{h_1^2}{\omega_h} \cos \alpha + \frac{a_1^2}{\omega_a} \sin \alpha$$

$$B = \frac{l_1^2}{\omega_y} + \frac{h_1^2}{\omega_h} \cos \alpha - \frac{a_1^2}{\omega_a} \sin \alpha$$

$$C = \frac{h_1^2}{\omega_h} (P_8 - P_7)$$

Debemos observar que en estas ecuaciones debe reemplazarse no la sección real de la pieza comprimida sino la sección que Resal designa con el nombre de sección reducida.

Se deduce entonces que si la diagonal comprimida es de gran rigidez, su sección reducida será muy aproximadamente igual a su sección real y si ambas diagonales tienen la misma sección real, se deduce entonces  $\omega_z = \omega_y$  y por consiguiente A y B son iguales. Como C es pequeño, resulta que Y y Z serán muy aproximadamente iguales.

Al contrario, si la pieza comprimida tiene muy poca rigidez, su sección reducida  $\omega_y$  será muy pequeña respecto a  $\omega_z$  y por consiguiente A respecto a B e igualmente Y respecto a Z.

#### VIGA WAHREN DOBLE

Es muy fácil demostrar análogamente que el método de cálculo de desdoblamiento es exacto si la sección reducida de la barra oblicua comprimida es igual a la sección de la barra tendida.